

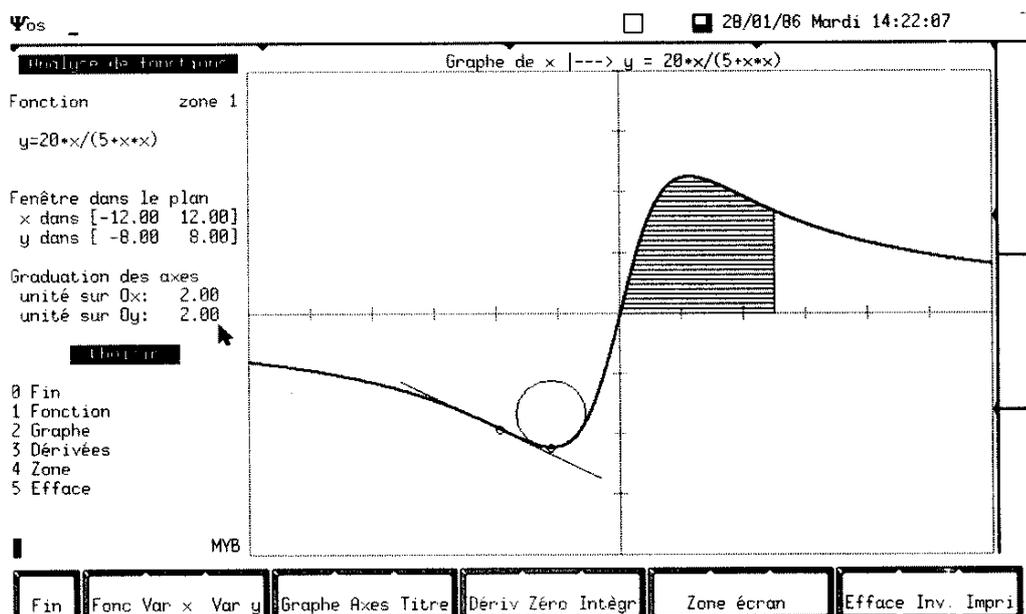
SMARKY NEWS

No 28

le 2 avril 1986

Un didacticiel mathématique: ANALYSE Conception, M.-Y. Bachmann, Gymnase de Neuchâtel

ANALYSE facilite l'étude de fonctions et la compréhension des notions et méthodes élémentaires de l'analyse mathématique.



Dans l'analyse mathématique, la notion de limite joue un rôle clé en intervenant dans la définition de la continuité, de la dérivée et de l'intégrale. Dans le didacticiel ANALYSE, ce sont les capacités graphiques du Smaky et les algorithmes numériques qui sont les éléments de base de l'étude des fonctions.

Un souci permanent de convivialité a marqué la conception de ce didacticiel, si bien qu'il est possible d'en tirer profit sans apprentissage préalable, mais en gardant un oeil attentif sur l'écran et une main alerte sur la souris! L'écran affichant à tout instant les données essentielles et la liste des possibilités offertes à l'utilisateur, nous nous attacherons ici à une présentation générale des options, plus qu'à l'explication détaillée des manipulations du clavier et de la souris.

Le logiciel s'articule en cinq avenues principales qui donnent accès à l'introduction de données, à l'exploitation de facilités graphiques et aux méthodes numériques d'analyse. L'engagement dans l'une des avenues se fait soit par l'intermédiaire du clavier (pavé numérique ou touches programmables) soit avec la souris. Une visite des avenues donne une vision globale des possibilités d'ANALYSE.

Introduction de données

Pour étudier une fonction $x \mapsto y=f(x)$, on donne, en langage Basic, son expression fonctionnelle et un domaine d'étude. Ces données sont modifiables indépendamment les unes des autres avec les trois options suivantes:

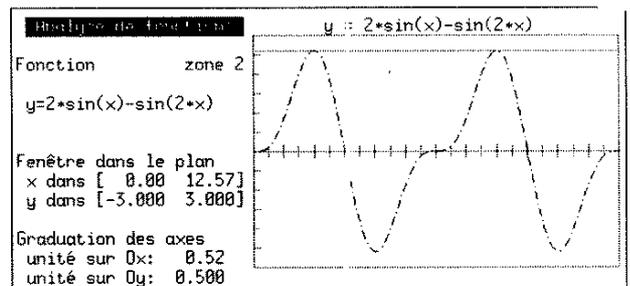
- Fonc** édition de l'expression de la fonction.
Le texte est édité sur une ligne, il comporte au maximum 60 caractères.
- Var x** choix des limites de l'intervalle dans lequel varie x.
Par défaut l'intervalle $[-12, 12]$ est sélectionné.
- Var y** choix des limites d'un intervalle sur l'axe des y.
Cet intervalle, par défaut $[-8, 8]$, sera représenté verticalement sur l'écran.

Remarques L'utilisation de paramètres est autorisée dans la donnée d'une fonction si l'on respecte deux conditions : premièrement chaque nom de paramètres est un lettre doublée, secondement, à chaque paramètre doit être attribuée une valeur.
Pour rester souple d'emploi, le programme accepte des limites données non seulement par des nombres mais aussi par des expressions numériques écrites en Basic.

Exemples:

Fonc $y = 2*\sin(x) - \sin(2*x)$
Var x Xmin=0 Xmax=4*Pi
Var y Ymin=-3 Ymax=3

Fonc: $y = x/aa - aa/x, aa = 2$
Var x Xmin=-12 Xmax=12
Var y Ymin=-8 Ymax=8



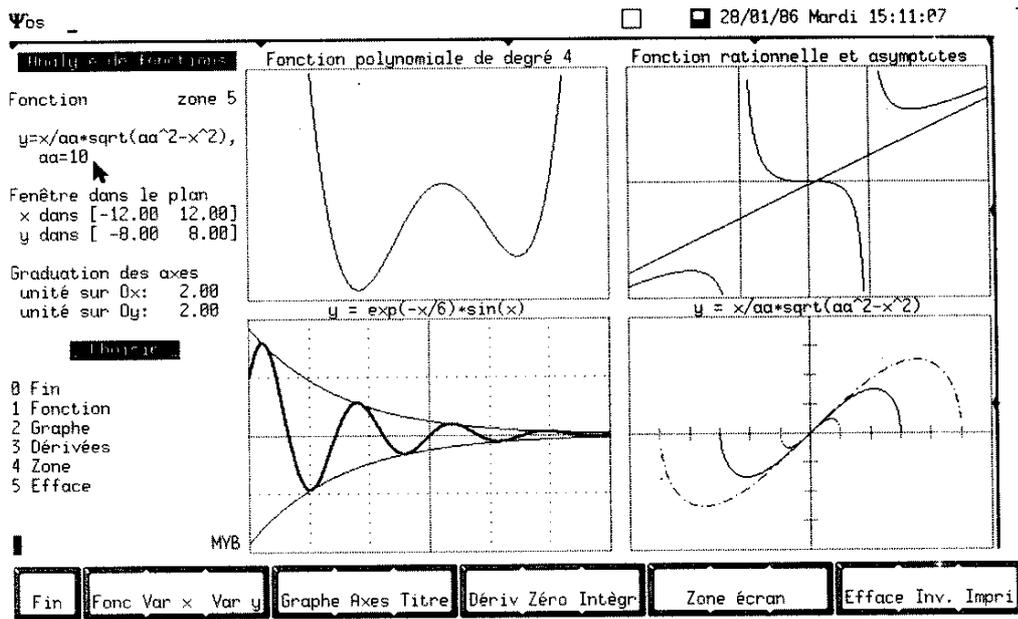
Représentation graphique

Sans indication contraire, une plage de 600 x 400 points graphiques est réservée sur l'écran pour le dessin de graphes. Elle peut être quadrillée et graduée à volonté. Elle peut aussi être surmontée d'un titre.

- Graphe** tracé d'un morceau du graphe de la fonction choisie. Seule est représentée la partie de graphe située dans le domaine défini par les deux intervalles de variation décrits précédemment (Var x et Var y).
- Axes** dessin d'axes ou d'un quadrillage. Des axes de coordonnées gradués ou non, des axes horizontaux ou verticaux, ou une grille peuvent ainsi être tracés. Les unités sur les axes sont des nombres positifs à choisir; ces unités représentent l'écart entre deux traits successifs de la graduation.
- Titre** écriture d'une légende au dessin. Le titre, standard ou personnel, est écrit sur le cadre de la plage graphique.

Remarques Pour tracer sans les confondre plusieurs graphes dans une même système d'axes, différents types de traits sont proposés. L'un d'entre-eux est réservé aux fonctions non continues (partie entière par exemple). Il s'agit de l'option "points" qui ne relie pas d'un trait les points calculés.

La donnée des unités pour les graduations est aussi possible avec des expressions numériques. On peut donner par exemple $\pi/6$ comme unité sur Ox, 0.5 comme unité sur Oy et $y=3/2*\sqrt{3}$ comme équation d'horizontale.



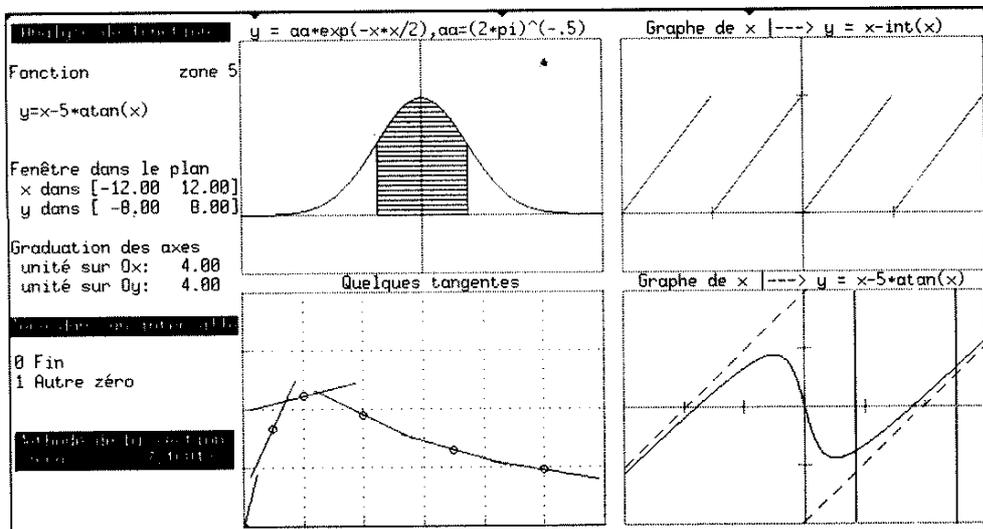
Analyse mathématique

Comme cette avenue est à notre sens la plus importante de toutes, elle a donné son nom au logiciel. Elle conduit du calcul différentiel au calcul intégral en passant par la résolution d'équations.

L'idée fondamentale du calcul différentiel est l'approximation locale des fonctions par des fonctions linéaires. En ignorant les règles de dérivation, ANALYSE calcule ponctuellement les dérivées première et seconde et offre de les illustrer par les tracés de la tangente et du cercle osculateur.

Résoudre une équation à une inconnue est un problème fondamental des mathématiques. Bien qu'il n'existe pas de formule générale pour résoudre une équation du type $f(x)=0$, la méthode de la bisection fournit une solution (appelée un zéro de f) si elle est appliquée dans un intervalle où la fonction continue f prend des valeurs de signe contraire aux extrémités. Tant que faire se peut, ANALYSE applique cette méthode de calcul lorsqu'il cherche un zéro.

Le problème de l'évaluation des aires est à l'origine du calcul intégral, mais la portée de l'intégration dépasse largement ce problème. La méthode d'intégration d'ANALYSE est celle de Simpson qui estime une intégrale sans utiliser le calcul infinitésimal. Pour rappeler la motivation originale, ANALYSE permet d'hachurer les surfaces liées à une intégrale.



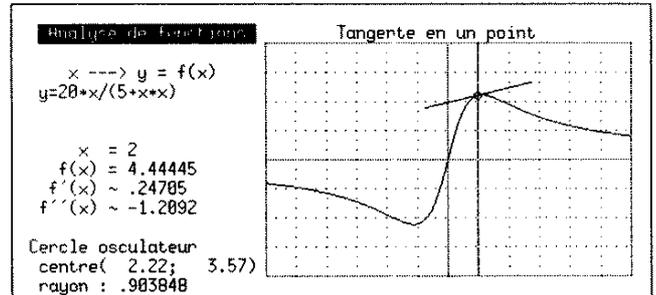
Dériv

analyse locale de la fonction étudiée. Le choix du premier point d'étude se fait avec la souris que l'on déplace avant de cliquer le bouton de gauche. Après le calcul et l'affichage des coordonnées du point, des dérivées et des caractéristiques du cercle osculateur, des options sont offertes:

x montré désignation par la souris d'un nouvel endroit,
 x tapé donnée par le clavier de l'abscisse d'un nouveau point,
 tangente dessin d'un morceau de la tangente,
 cercle dessin du cercle osculateur si son rayon n'est pas trop grand.

Exemples

$f(x)=20*x/(x*x+5)$
 cercle osculateur en $x=-\text{Sqrt}(5)$
 tangente en $x=-\text{Sqrt}(15)$
 $f(x)=2*\sin(x)-\sin(2*x)$,
 x variant de 0 à $4*\text{Pi}$
 et y de -3 à 3
 tangente en $x=4*\text{Pi}/3$
 et en $x=\text{Atan}(\text{Sqrt}(15))$

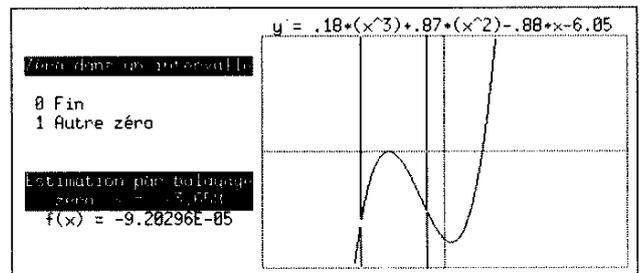


Zéro

cherche un zéro dans un intervalle à choisir avec la souris en cliquant successivement ses extrémités gauche puis droite. Si l'intervalle choisi exclut l'emploi de la méthode de bisection, des calculs systématiques -balayage- sont entrepris pour proposer comme zéro l'abscisse du point du graphe qui est le plus proche de l'axe des x.

Exemples

$f(x)=\tan(x)-x$ la recherche d'un zéro entre -6 et -4 se fait par bisection, mais elle échoue car la fonction f n'est pas continue en $-3*\text{pi}/2$.
 $f(x)=0.18*(x^3)+0.87*(x^2)-0.88*x-6.05$
 le zéro entre -5 et 0 est déterminé par balayage, sa valeur exacte vaut $x=-11/3$.
 le zéro entre 0 et 4 est obtenu par bisection, sa valeur exacte vaut $x=5/2$.

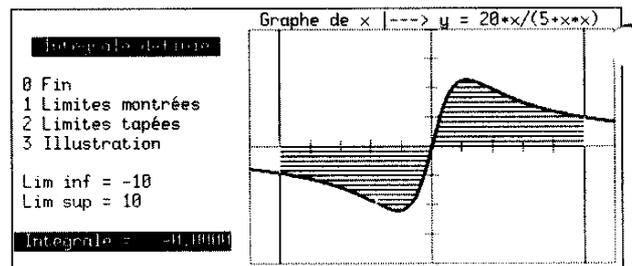


Intégr

calcul et illustration d'une intégrale définie. Dans un premier temps, les limites d'intégration doivent être sélectionnées avec la souris. Pour que l'illustration reste significative, il est impératif que les limites d'intégration soient données dans l'ordre croissant. Dans un deuxième temps, les limites d'intégration peuvent aussi être introduites par le clavier.

Exemples

$f(x)=1/\text{sqrt}(2*\text{pi})*\exp(-x*x/2)$,
 x variant de -4 à 4,
 l'intégrale de .75 à 1.25 vaut .12099
 $f(x)=20*x/(5+x*x)$
 l'intégrale de 0 à 5 vaut $17.9176=10*\text{Ln}(6)$
 l'intégrale de -10 à 10 vaut 0



Composition de l'écran

Pendant une session d'analyse, tous les textes s'affichent automatiquement sur le quart gauche de l'écran, tandis que les dessins occupent le reste de l'écran au gré des ordres de l'utilisateur. Pour chaque tracé, il y a trois façons de choisir une zone de dessin qui est un rectangle dans la plage graphique.

- standard accès à l'une de cinq zones prédéfinies et numérotées. Les zones 2 à 5 décomposent la plage graphique en quatre parts égales.
- à dessiner choix d'une zone avec la souris. On procède en deux temps en cliquant d'abord sur le coin inférieur gauche puis sur le coin opposé.
- personnel sélection d'une zone avec le clavier. Cette fois, la zone est donnée par des coordonnées