

smaky info

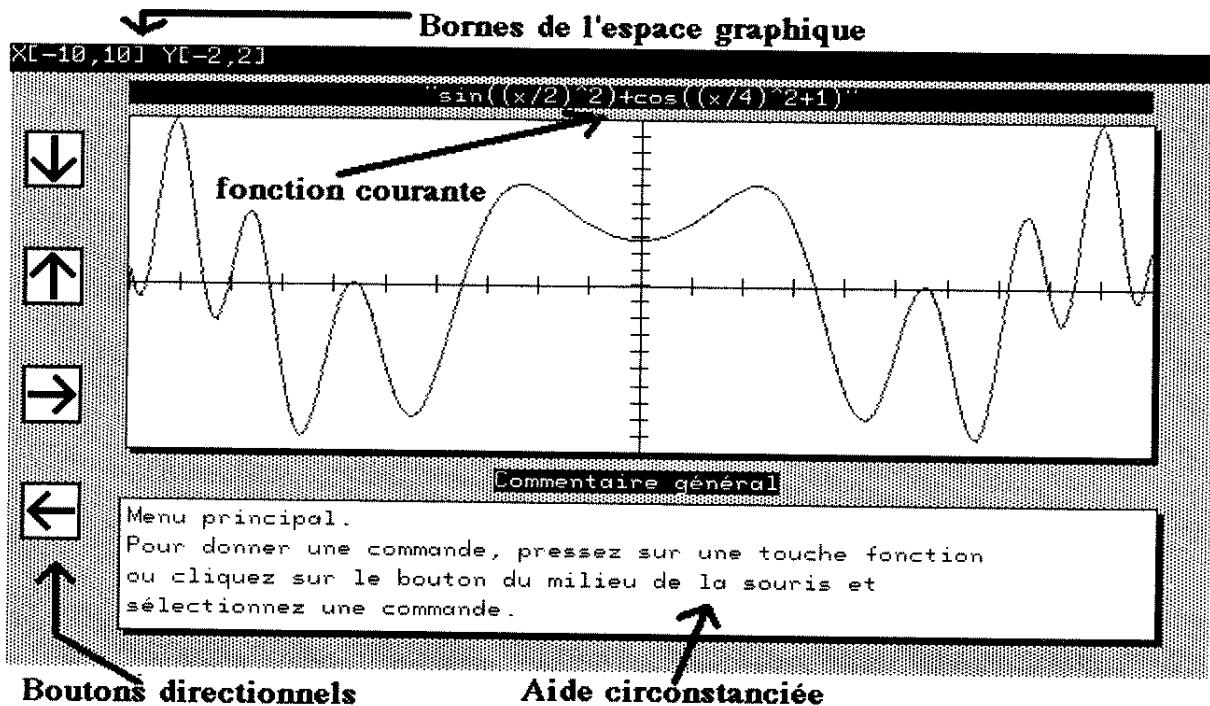
Fonctions

logiciel présenté au Concours "La Science appelle les jeunes"
par Damien Roessler

1. INTRODUCTION

Le programme FONCTIONS est destiné à l'étude algébrique et graphique de certaines fonctions $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Il traite les compositions de fonctions trigonométriques et polynômiales élémentaires. Parmi ses possibilités, citons

- la dérivation et l'intégration algébriques d'expressions fonctionnelles
- l'auscultation graphique d'une fonction
- la construction algébrique des premiers termes de la série de Taylor ou de Fourier d'une fonction
- l'insertion de fonctions dans un catalogue



2. UTILISATION

Les options offertes par le programme peuvent être atteintes de deux manières :

- par la sélection d'une case dans le menu déroulant qui apparaît lors d'une pression sur le bouton du milieu de la souris.
- par une touche "fonction".

Le départ du programme est commandé par la touche fonction F0.

2.1 L'édition d'une fonction réelle

L'option "Fonction" affiche une DBOX et permet à l'utilisateur d'éditer l'expression algébrique de la fonction courante.

La DBOX affichée comporte une touche "SIMPLIFIE" qui permet la simplification de l'expression éditée.

Exemples : $(x-2)*(x+2) \rightarrow x^2-4$
 $x+\sin(x)*\sin(x)+3*x \rightarrow 4*x+\sin(x)^2$

De plus, si la fonction éditée respecte une certaine syntaxe, elle sera insérée dans un "catalogue" (voir 2.7). Cette syntaxe est la suivante :

$\langle \text{Nom} \rangle (x) = \langle \text{Expression algébrique} \rangle$

Exemple : $f(x) = \sin(x^2)$

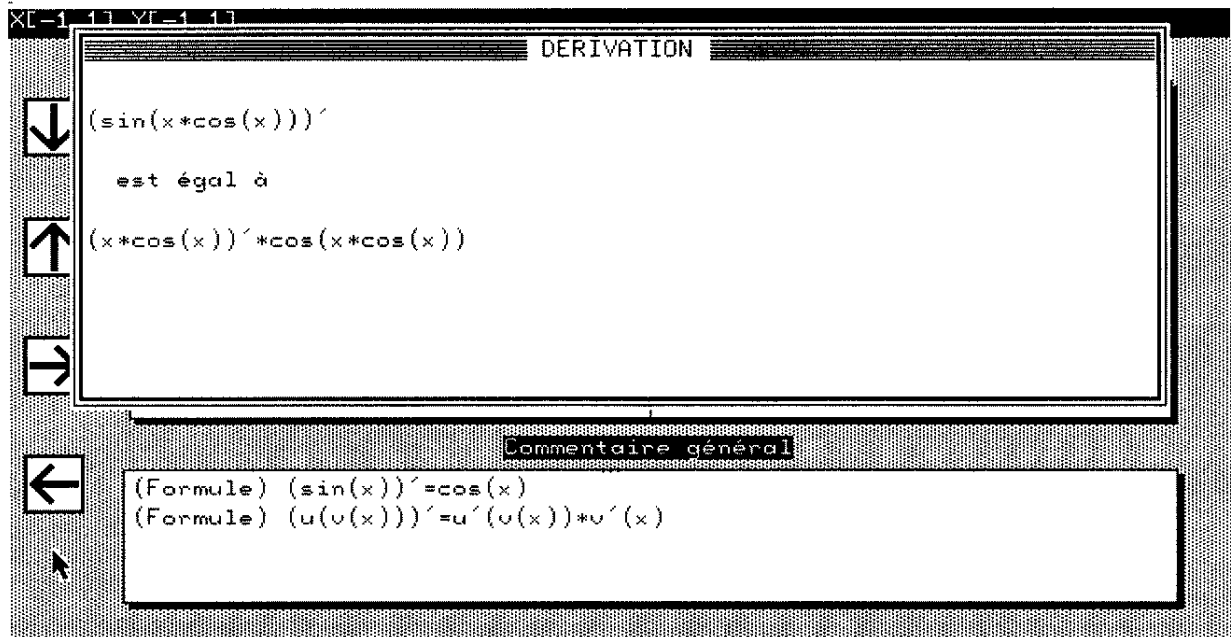
En respectant cette syntaxe, on définira de surcroît une nouvelle fonction de nom $\langle \text{Nom} \rangle$, **utilisable comme une fonction prédéfinie.**

2.2 Dérivation algébrique

L'option "Dérivation" affiche une DBOX dans laquelle deux sous-options sont offertes :

- "Sans transition" : construit l'expression algébrique de la dérivée de la fonction courante et la substitue à cette dernière.
- "Pas à Pas" : identique à "Sans transition", de plus chaque étape du processus de dérivation est représentée dans une DBOX, accompagnée des propriétés aux limites définies.

Voici la première étape de la dérivation algébrique de la fonction "Sin(x*Cos(x))".



2.3 Intégration algébrique

L'option "Intégration" lance un processus qui tente de construire l'expression d'une primitive algébrique de la fonction courante.

Le programme peut intégrer toute fonction qui respecte une des syntaxes suivantes :

- a) $f'(x)/f(x)$.
- b) $f'(x) \cdot (f(x))^n$.
- c) $f(x)+g(x)$ { $f(x)$ et $g(x)$ satisfont à e}.
- d) $c \cdot f(x)$ { c est une constante, $f(x)$ et $g(x)$ satisfont à e }
- e) elle fait partie de l'ensemble des fonctions prédéfinies ou polynômiales.

Si le processus parvient à construire la primitive algébrique, il la substitue à la fonction courante.

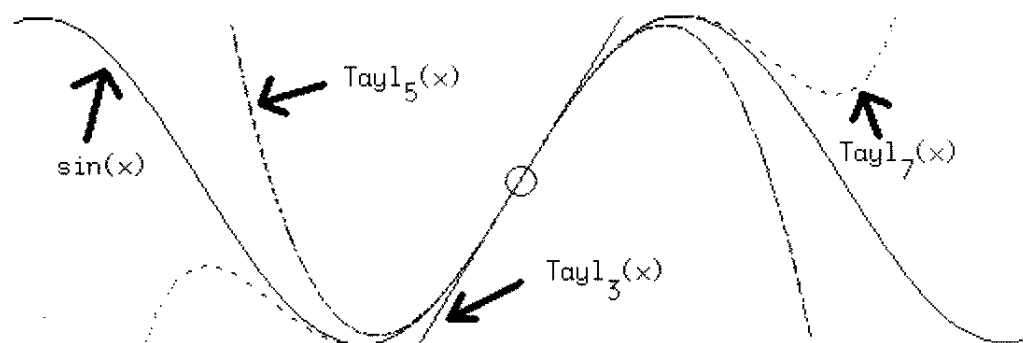
2.4 Construction d'une série de Taylor

L'option "Taylor" construit les N premiers termes de la série de Taylor de la fonction courante et les substitue à celle-ci.

N est édité dans une DBOX.

Une fonction non-infiniment dérivable (comme $\text{Sgn}(x)$) n'admet pas de série de Taylor.

Voici un ensemble de courbes représentant l'état de convergence de la série de Taylor de la fonction "Sin(x)", à 3, 5 et 7 termes.

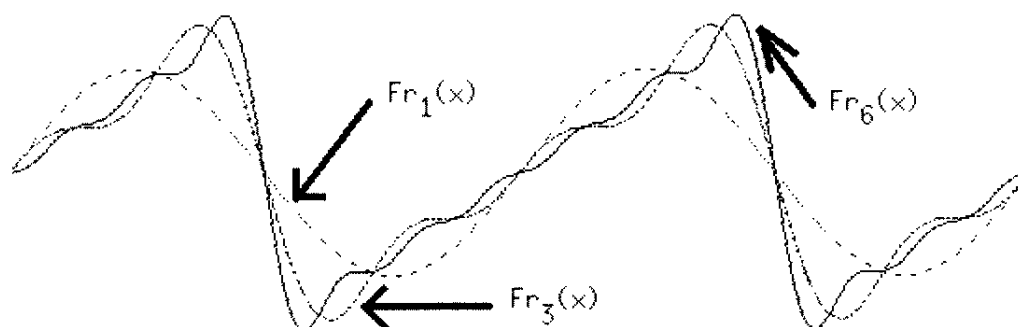


2.5 Construction d'une série de Fourier

L'option "Fourier" construit les $2*N+1$ premiers termes de la série de Fourier de la fonction courante, dans un intervalle $[-L,L]$, et la substitue à cette dernière.

L et N sont édités dans une DBOX.

Voici un ensemble de courbes représentant l'état de convergence de la série de Fourier de la fonction identité, à 1, 3 et 6 termes, dans l'intervalle $(-1,1)$.



2.6 Le graphique d'une fonction

L'option "Graphe" dessine les points visibles du graphe de la fonction courante.

De plus, l'utilisateur peut déplacer manuellement les limites de l'espace graphique en cliquant sans relâcher sur l'une des quatre touches fléchées (situées à gauche de l'écran).

2.7 Le catalogue

L'option "Catalogue" affiche une DBOX permettant l'édition du catalogue et la lecture de l'une des fonctions le composant. La touche "TERMINE" revient à l'aiguillage principal. La liste des fonctions cataloguées est gérée par un ascenseur.

La touche "PREND" lit la dernière fonction sélectionnée et revient à l'aiguillage principal.

La touche "DETRUIT" retire la dernière fonction sélectionnée du catalogue et interdit toute référence future à son nom. Une fonction détruite entraînera donc des erreurs V syntaxiques dans toutes les expressions y référant.